***CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ – INFORMATICĂ “GRIGORE MOISIL”***

* ***EDIȚIA 10, februarie 2016 -***

***SUBIECTE CLASA A VII-A***

**1.**

În ΔABC ascuțitunghic, perpendiculara în C pe bisectoarea ACB intersectează bisectoarea ABC în E, iar perpendiculara în B pe bisectoarea ABC intersectează bisectoarea ACB în F.

Notăm cu D intersecţia dreptelor CE şi BF.

1. Demonstraţi că punctele E, A şi F sunt colineare;
2. Arătaţi că DAEF.

**2.**

Pentru orice n natural nenul considerand numarul an = 1+3+5+7+ …+2n-1, Demonstrați că a1009-a1008 = +;

1. Fie p număr prim și n=. Demonstrați că an-ap este pătrat perfect.

**3.**

Fie ABC un triunghi dreptunghic, m(A) = 90°. Bisectoarea unghiului ABC intersectează perpendiculara în C pe BC în E. Demonstraţi că BCǁAE, dacă şi numai dacă .

G.M.

**4.**

Rezolvaţi în numere naturale ecuaţia: .

***Nicolae Papacu***

***Barem de corectare subiectul 1***

**A**

**E**

**F**

**I**

**B**

**C**

**D**

1. (CE și (BF bisectoare exterioare 1 pct.

E egal depărtat de BC, AC și AB 1 pct.

F egal depărtat de BC, AB și AC 1 pct.

(AE și (AF bisectoare și E, A, F colineare. 1 pct.

1. D egal depărtat de AC și AB. 1 pct.

AD bisectoarea BAC 1 pct.

I ortocentru (I = BECF) DAEF. 1 pct.

***Barem de corectare subiectul 2***

1. a1009 =1+3+5+ … + 2017

a1008 =1+3+5+ … + 2015 1 pct.

Numărul termenilor celor 2 sume 1 pct.

a1009= 10092 a1008 = 10082 1 pct.

Finalizare 1 pct.

1. an = ap = p2 1 pct.

an – ap = - p2

an – ap =- (2q+1)2 = 4q2(q+1)2.

p număr prim p = 2q +1, q\*

2 pct.

***Barem de corectare subiectul 3***

**C**

**E**

**D**

**A**

**B**

Fie {D}=AC BE

AE ǁ BC 1 pct.

BD bisectoare 1 pct.

ΔADB ~ ΔCBE 1 pct.

1 pct.

1 pct.

1 pct.

Finalizare 1 pct.

***Soluţie. Subiectul 4***

Pentru , avem , iar pentru , avem . Presupunem în continuare că  şi observăm că  este număr natural impar.

Vom folosi în rezolvare două rezultate cunoscute:

1. Dacă  este număr impar (), atunci  ( înseamnă multiplu de 8).

2. 

Vom demonstra că  este număr natural par.

Dacă  este impar (), atunci , , deci , iar  şi prin urmare .

Așadar  este număr natural par.

Distingem în continuare două soluţii

**Soluţia 1**. Dacă , , ecuaţia devine . Vom demonstra că  nu poate fi pătrat perfect. Evident , de asemenea . Aşadar  este situat între două pătrate consecutive, deci 

**Soluţia 2.** Dacă , , ecuaţia devine  sau , adică , de unde , cu . Prin scădere, obţinem , de unde . Deci avem ecuaţia , adică , ecuaţie care nu are soluţii pentru că .

În concluzie mulţimea soluţiilor ecuaţiei este 

***CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ – INFORMATICĂ “GRIGORE MOISIL”***

* ***EDIȚIA 10, februarie 2016 -***

***SUBIECTE CLASA A VIII-A***

Rezolvați inecuația: + + ≤ .

**2.**

Fie cubul ABCDA’B’C’D’. Considerăm punctul EBD, astfel încât BD = 4DE și E’(B’D’, astfel D’E’ = 3B’E’. Dacă M, N, P, Q sunt mijloacele muchiilorAB, BC, D’C’, respectiv A’D’, arătați că:

a) Planele (EPQ) și (E’MN) sunt paralele;

b) Dacă BD’(E’MN)={T} și BD’ (EPQ)={T’}, atunci TT’ = 2BT.

G.M.

**3.**

Fie numerele reale  cu  și . Să se demonstreze că: .

**Nicolae Papacu**

**4.**

Rezolvaţi ecuaţia . ( reprezintă partea întreaga a numărului real )

***Nicolae Papacu***

***Barem de corectare subiectul 1***

X2-3x+2 = (x-1)(x-2)

X2-4x+3 = (x-1)(x-3)

2X2-5x+3 = (x-1)(2x-3) 1pct.

+ + ≤ .

1pct.

x=1 soluție. 1 pct.

Cum 1pct.

Cum 1 pct.

***Barem de corectare subiectul 2***

1. Notăm {F’} = B’D’PQ (EPQ)(D’B’BD) = EF’

{F} = BDMN (E’MN)(D’B’BD) = E’F 1 pct.

EFE’F’ paralelogram, deci EF’ ǁ FE’ 1 pct.

MN ǁPQ 1 pct.

Finalizare (EPQ) ǁ (E’MN). 1 pct.



***Subiectul 3***

***Soluţie.*** Deoarece **,** avem, pentru că  și .

Se scriu și celelalte două relații prin analogie și însumând cele trei relații obținem .

Demonstrăm în continuarea inegalitatea din dreapta. Deoarece , avem . Analog şi celelalte două inegalităţi. Prin însumare, obţinem . Demonstrăm că  ,  şi atunci .

Inegalitatea , după efectuarea calculelor, devine  care este adevărată pentru că . Analog inegalitatea  este echivalentă cu inegalitatea , care este adevărată pentru că .

***Observație****.* Se pot alege cazuri particulare pentru  și  cu .

***Soluţie. Subiectul 4***

Avem .

Analizăm întâi cazul . Dacă , atunci , avem  şi deci . Dacă , atunci , avem  şi deci . Aşadar pentru , ecuaţia nu are soluţii.

Fie . Dacă , atunci , avem  şi deci . Dacă , atunci , avem  şi deci .

Rămâne doar cazul . În acest caz avem  şi atunci ecuaţia devine , adică , de unde , adică .