**CLASA A IX-A**

**Subiectul 1.** Triunghiurile și sunt circumscrise aceluiași cerc și sunt ȋnscrise ȋn discurile și Demonstrați că, dacă atunci

*GM*

**Subiectul 2.** Vom spune că o configurație formată din 4 puncte ȋn plan este *șocantă* dacă sunt ȋndeplinite simultan următoarele două condiții:  
a) este triunghi nedegenerat și este un punct ȋn interiorul său;  
b) pentru toate posibilitățile de alegere ale indicilor , unghiul dintre vectorii și este mai mic sau egal cu .  
Dați exemplu de o configurație șocantă sau demonstrați că astfel de configurații nu există, cu justificare riguroasă.

**\* \* \***

**Subiectul 3.** Fie astfel ȋncât . Demonstrați că: .

**\* \* \***

**Subiectul 4.** Pentru fiecare număr natural nenul , notăm cu numărul soluțiilor ale ecuației

cu proprietatea că . Determinați sub forma unei funcții de .  
( reprezintă cel mai mare divizor comun al numerelor naturale și , iar este cel mai mic număr ȋntreg care este mai mare sau egal cu )

**\* \* \***

**CLASA A X-A**

**Subiectul 1.** Fie numere naturale. Demonstrați că:

*GM*

**Subiectul 2.** Se consideră un poligon () ȋnscris ȋntr-un cerc de centru , care are centrul de greutate tot ȋn punctul Demonstrați că, pentru orice puncte cu proprietatea că avem:

*Nicolae Bourbăcuț și Leo Giugiuc*

**Subiectul 3.** Fie , . Determinați toate funcțiile cu proprietatea că, pentru orice , avem:

**\* \* \***

**Subiectul 4.** a) Fie funcția definită, pentru orice , cu formula unde Este posibil ca să fie alese astfel ȋncât să fie surjectivă?  
b) Fie funcția definită, pentru orice , cu formula unde Este posibil ca să fie alese astfel ȋncât să fie surjectivă?

\* \* \*

**CLASA A XI-A**

**Subiectul 1.** Fie , două șiruri de numere reale astfel ȋncât șirul este convergent și pentru orice , avem:

Dați exemplu de un număr pentru care șirul este convergent.

*GM*

**Subiectul 2.** *Ambientul* a două numere raționale pozitive și , pe care ȋl vom nota , se definește astfel: se scriu numerele ca fracții ireductibile și , unde , apoi   
Considerăm acum și pentru orice număr natural definim . Calculați: sau demonstrați că această limită nu există.

**\* \* \***

**Subiectul 3.** Fie și funcția Pentru ce valori șirul

este convergent? ( și pentru orice )

**\* \* \***

**Subiectul 4.** Pentru fiecare număr natural , definim matricea  
, unde

Arătați că există astfel ȋncât oricare ar fi , . ( ȋnseamnă restul pe care ȋl dă la ȋmpărțirea cu )

**\* \* \***

**CLASA A XII-A**

**Subiectul 1.** Fie . Considerăm două funcții ,  
 strict crescătoare și continuă. Calculați:

*GM*

**Subiectul 2.** Fie o funcție derivabilă, cu continuă, astfel ȋncât

Demonstrați că:

**\* \* \***

**Subiectul 3.** Dați exemplu de un grup finit, necomutativ, care admite un automorfism cu proprietatea că, pentru orice , avem și , sau demonstrați că un astfel de grup nu există.

**\* \* \***

**Subiectul 4.** Fie un grup finit și un subgrup al său. Presupunem că este o submulțime nevidă a lui cu proprietatea că pentru orice , avem: . Demonstrați că există astfel ȋncât și cu proprietatea că pentru orice , avem: sau .

**\* \* \***

*Notă: Dacă este o mulțime finită, atunci reprezintă numărul de elemente ale lui .*